

DIMENSÕES DOS PROCESSOS DE VISUALIZAÇÃO E DE REPRESENTAÇÃO DE UMA ATIVIDADE EXPLORATÓRIO-INVESTIGATIVA EM CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL: UMA ANÁLISE SEMIÓTICA POR MEIO DE OBRAS ARTÍSTICAS

Carolina Augusta Assumpção Gouveia¹ e Rosana Viaretta Sguerra Miskulin²

RESUMO

Este artigo apresenta as dimensões implícitas nos processos de visualização e de representação de conceitos matemáticos em Cálculo Diferencial e Integral baseada na teoria Semiótica de Peirce. Apresentamos, neste momento, uma Atividade Exploratório-Investigativa intitulada: “Identificando o conceito de Integral com superfície e sólido de revolução em algumas obras de dois Artistas do Renascimento – Leonardo da Vinci e Michelângelo”, em que trabalhamos com o *software* K3DSurf objetivando *compreender e evidenciar os processos de visualização e de representação de conceitos matemáticos em Cálculo Diferencial e Integral, no contexto das Tecnologias de Informação e Comunicação*. A abordagem metodológica que utilizamos na pesquisa foi qualitativa, dada pelos momentos de Observação, Entrevistas e aplicação de um conjunto de Atividades Exploratório-Investigativas com um grupo de alunos do Curso de Licenciatura em Matemática. A análise dos dados constituídos teve como base teórica os estudos de Peirce e demais autores que discorrem sobre a representação e a visualização dos conceitos matemáticos, na qual explicitamos por meio de categorias de análise que nos levaram a inferir as dimensões que sobressaem a esses elementos. Neste contexto, concluímos sobre a importância dos momentos de experimentação do conteúdo algébrico e geométrico para o desenvolvimento dos conceitos matemáticos que foram explorados nesse trabalho e ressaltamos as relações representacionais nos processos de semelhança dos objetos matemáticos, que foram dadas pelas diversas formas de linguagem e pelas associações dos conceitos matemáticos, nas quais destacamos a escrita, a fala, os gestos e os esboços.

Palavras-chave: Obras Artísticas, Educação Matemática, Teoria Semiótica, Atividades Exploratório-Investigativas.

1- Professora da Fundação Educacional Don André Arcoverde – Valença RJ.

2- Professora da Unesp – Rio Claro /SP

ABSTRACT

This article shows the implicit dimensions within the process of visualization and representation of mathematical concepts in Differential and Integral Calculus (DIC) based on Peirce's Semiotics Theory. We present, this moment, an Exploratory-Investigative Activity in which we work with the K3DSurf software aiming to comprehend and highlight the process of visualization and representation of mathematical concepts in the CDI in the context of Information Technologies and Communication (ICT). The methodological approach used in this work was the qualitative research, given in moments of observation, interviews and application of a set of Exploratory-Investigative Activity with a group of undergraduate students in mathematics. The analysis of the results was based on established theoretical studies of Peirce and other authors who write about the representation and visualization of mathematical concepts. In this context, we conclude about the importance of the moments of algebraic and geometric content to the development of mathematical concepts that were explored in this work is to emphasize the representation relationships in the process of a similarity of mathematical objects, which were given by the various forms of language and the associations of mathematical concepts, which we emphasize in the writing, the speech, the gestures and the sketches.

Keywords: Art Works; Mathematics Education; Semiotics Theory; Exploratory-Investigative Activity.

INTRODUÇÃO

A utilização didático-pedagógica das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) na Educação Matemática têm mostrado seus possíveis benefícios educacionais baseado nas teorias desenvolvidas pelos diversos campos do conhecimento. Em muitos trabalhos encontramos, principalmente, a abordagem nas teorias construção do conhecimento aplicadas na Educação, tais como a teoria Comportamentalista e a teoria Construtivista.

Percebemos, porém, um crescimento acentuado e constante na inter-relação da Educação com a Matemática com as outras áreas do conhecimento. Desta maneira, em nossa pesquisa de Mestrado, discorreremos sobre uma perspectiva Semiótica o que nos permitiu apresentar as dimensões implícitas nos processos de visualização e de representação de conceitos matemáticos, mediados por algumas obras artísticas e pelo *software* K3DSurf, objetivando *compreender os processos de visualização e de representação de conceitos matemáticos em Cálculo Diferencial e Integral (CDI), no contexto das TIC.*

Para este estudo, a abordagem metodológica utilizada foi qualitativa, dada, inicialmente, pelos momentos de Observação de uma turma, pela pesquisadora; seguida por Entrevistas e aplicação de um conjunto de Atividades Exploratório- Investigativas com um grupo de alunos do Curso de Licenciatura em Matemática.

As seis Atividades Exploratório- Investigativas que aplicamos foram intituladas por: “Noções e conceitos sobre superfície e volume conhecidas pelo aluno”, “Noções e conceitos formais sobre superfície e volume”, “Visualização com objetos manipuláveis e com software”, “Trabalhando o conceito de Integral com superfície e sólido de revolução”, “Identificando o conceito de Integral com superfície e sólido de revolução em dois Artistas do Renascimento – Leonardo da Vinci e Michelângelo” e “Ensinando conceitos de superfície e sólido de revolução”.

Neste artigo, nos restringimos a apresentação da Atividade Exploratório- Investigativa 5, na qual tecemos algumas análises dos dados constituídos nessa ocasião.

Na Atividade Exploratório- Investigativa 5 - “Identificando o conceito de Integral com superfície e sólido de revolução em algumas obras de dois Artistas do renascimento – Leonardo da Vinci e Michelângelo” nos propusemos *investigar a capacidade de justificação dos alunos; analisar os caminhos e estratégias seguidos pelos alunos; investigar a capacidade de visualização frente ao problema; investigar a capacidade de propor estratégias de resolução dos problemas apresentados.*

Essa Atividade Exploratório- Investigativa propôs as questões: Identifiquem algumas obras famosas de Leonardo da Vinci e Michelângelo, nos sites:

<http://revistaepoca.globo.com/Epoca/0,6993,EPT731774-1661-1,00.html>;

<http://www.pintoresfamosos.com.br/?pg=michelangelo>.

<http://www.universia.com.br/especiais/davinci/>,

<http://www.tg3.com.br/leonardo-da-vinci/>.

a) Vocês poderiam identificar alguma superfície e sólido de revolução nas obras desses dois Artistas Famosos– Leonardo da Vinci e Michelangelo? Explícitem as suas idéias? b) Vocês poderiam representá-las no *software*? De que modo? c) Como vocês poderiam calcular a área dessas superfícies de revolução? Encontrem elementos que geraram as superfícies de revolução. Qual a área aproximada de cada figura? Se vocês dividissem uma figura em partes, vocês conseguiriam calcular

uma área mais próxima da real? E se vocês dividissem em n partes? Vocês conseguiriam encontrar uma fórmula geral para calcular a área de superfícies? d) Como vocês poderiam calcular o volume dos sólidos de revolução? Encontrem elementos que geraram os sólidos de revolução. Qual o volume aproximado de cada sólido? Se vocês dividissem um sólido em partes, vocês conseguiriam calcular um volume mais próximo do real? E se vocês dividissem em n partes? Vocês conseguiriam encontrar uma fórmula geral para calcular o volume dos sólidos? Será que poderíamos utilizar outro método para calcular o volume dos sólidos de revolução?

Essa Atividade Exploratório-Investigativa buscou empregar as noções e os conceitos de sólidos e superfícies desenvolvidos pelos Alunos nas Atividades Exploratório-Investigativas anteriores, tais como os caminhos e as estratégias abordados por eles durante o desenvolvimento das atividades de visualização e representação dos conceitos matemáticos, e a capacidade dos sujeitos da pesquisa – quatro Alunos do segundo ano do curso da Graduação de Matemática – para resolver e/ou responder as questões. Nas Atividades anteriores, eles foram orientados a procurar obras artísticas nos sites³ da Internet, no qual alguns deles eram sugeridos pela pesquisadora. Os estudantes poderiam consultar os sólidos manipulativos e lidar com a cartolina para a montagem de outros sólidos, como também utilizar o *software* K3DSurf para representação e visualização de funções matemáticas, relacionadas às Obras Artísticas. Assim, o trabalho realizado na Atividade Exploratório-Investigativa 5, mostrava a nós um pouco do trabalho já desenvolvido pelos Alunos.

Nos processos de visualização e de representação de conceitos geométricos identificamos diversas formas de linguagem, tais como, a escrita, a fala, os gestos e os esboços, que auxiliaram no desenvolvimento dos conceitos matemáticos em CDI.

3- <http://www.artepropria.com.br/ecommerce/vitrine.php?c=56&g=81&sg=83#>;
<http://www.museodelprado.es/es/pagina-principal/coleccion/pintura/pintura-italiana/>;
<http://www.mam.org.br/2008/portugues/acervoOnLine.aspx>;
<http://www.musee-orsay.fr/es/colecciones/obras-comentadas/pintura.html>;
http://www.louvre.fr/llv/exposition/liste_expositions.jsp?pagelId=2&bmLocale=fr_FR;
<http://revistaepoca.globo.com/Epoca/0,6993,EPT731774-1661-1,00.html>;
<http://www.pintoresfamosos.com.br/?pg=michelangelo>;
<http://www.universia.com.br/especiais/davinci/>;
<http://www.tg3.com.br/leonardo-da-vinci/>

A análise dos resultados, baseados na Teoria Semiótica de Peirce (2008), foi abordada por categorias de análise constituídas, explicitadas em nossa pesquisa como: a primeira categoria denominada *Processos de exploração e percepção dos entes geométricos*, referindo-se à Primeiridade, a segunda categoria denominada *Processos de visualização dos entes geométricos*, referindo-se à Secundidade, as terceira e quarta categorias denominadas *Processos de representação dos entes geométricos* e *Processos de ressignificação dos conceitos algébricos*, referem-se à Terceiridade. Essas quatro categorias relacionam-se e permitem-nos inferir as dimensões que sobressaem aos dados constituídos em nosso trabalho, principalmente ao que refere aos aspectos de experimentação do conteúdo algébrico e geométrico, as relações extraídas nos processos de semelhança dos conceitos matemáticos e os momentos de socialização - entre os alunos e pesquisadora envolvidos nesse trabalho. Como o desenvolvimento do conteúdo matemático deu-se por meio de conhecimentos matemáticos prévios dos alunos, enfatizamos a importância desses conhecimentos antes da realização das Atividades Exploratório-Investigativas, pois eles direcionaram a construção e reconstrução do conhecimento.

Pode-se notar, portanto, que buscamos abordar a Educação Matemática em uma situação específica, analisando-a no contexto dos processos de visualização e representação dos conceitos matemáticos. Neste artigo, propomos apresentar por meio de um excerto qualitativo, selecionado dentre as Atividades Exploratório-Investigativas desenvolvidas, que trabalha especificamente com as Obras de Arte. Assim retratamos o conhecimento desenvolvido na sala de aula dos alunos da Graduação em Matemática, enfocando a Semiótica como campo de análise à Educação Matemática.

Para a apresentação desses dados e sua referida análise, faremos alguns apontamentos sobre o que consiste a Teoria Semiótica, tais como seus pressupostos e objetivos relacionados ao nosso contexto de pesquisa.

A Semiótica de Peirce

Para Santaella (2007, p.13) “a Semiótica é a ciência que tem por objeto de investigação todas as linguagens possíveis”. O trabalho desenvolvido por Charles

Sanders Peirce nos permite compreender o modo como os alunos participantes de nossa pesquisa trabalharam com a representação matemática, no desenvolvimento das Atividades Exploratório-Investigativas por meio dos processos de visualização e de representação de conceitos matemáticos.

O desenvolvimento da teoria que propomos apresentar deu-se após anos de estudos e trabalhos de Peirce baseado nos princípios da Fenomenologia⁴. Este teórico “concluiu que tudo que aparece à consciência, assim o faz numa gradação de três propriedades que correspondem aos três elementos formais de toda e qualquer experiência” (SANTAELLA, 2007, p. 35). Estas três propriedades, classificadas por um dado nível de compreensão do fenômeno, foram nomeadas por: *Primeiridade*, *Secundidade* e *Terceiridade*.

A *Primeiridade* caracteriza-se pela “novidade, vida, liberdade, tudo o que pode ser, os fenômenos simples e livres, completos em si” (ARAÚJO, 2004, p.47).

Podemos perceber que a *Secundidade* refere-se a “corporificação material” da qualidade. Acreditamos que “onde quer que haja um fenômeno, há uma qualidade, isto é sua *Primeiridade*. Mas a qualidade é apenas parte do fenômeno, visto que, para existir, a qualidade tem que estar encarnada numa matéria.” (SANTAELLA, 2007, p. 47)

A *Terceiridade*, conseqüentemente, seria a mediação ou modificação dos dois níveis anteriores por meio dos processos de comunicação. Como Santaella (2007, p. 51) assume, esta categoria representa a “integridade, ou pensamento em signos, através do qual representamos e interpretamos o mundo”. O signo, citado neste momento, é o elemento capaz de simbolizar os objetos na nossa mente, no nosso falar, no modo como concebemos alguma coisa.

Deste modo, compreendemos que os estímulos emitidos pelos objetos do mundo (*sinais*), ao contato com o homem, podem sofrer um processo de alteração e passa a representar produtos da consciência (*signos ou linguagens*) (SANTAELLA, 2007, p.13). Os *signos*, segundo Araújo (2004, p.35), “designam, isto é, querem dizer algo, significam, porém não referem”. Eles compõem as várias formas de representação de um objeto, por exemplo, a *palavra* função, a *representação algébrica* de uma função e o *esboço* de uma função, são *signos* do objeto função.

4- Observa os fenômenos e, através da análise, postula formas ou propriedades universais desses fenômenos. (SANTAELLA, 2007, p. 29).

O significado de um signo é outro signo – seja este uma imagem mental ou palpável, uma ação ou mera reação gestual, uma palavra ou um mero sentimento de alegria, raiva... uma idéia ou sei lá o que for – porque esse seja lá o que for , que é criado na mente pelo signo, é um outro signo (tradução do primeiro). (SANTAELLA, 2007, p.59).

Devemos ressaltar que o signo não pode ser considerado como algum elemento acabado ou um elemento estável, pois ele passa por um processo de construção e está sempre em evolução, isto é, “é o conhecimento de um objeto a partir do conhecimento de outro objeto que é representado”. (GARCIA, 2007, p. 28). Para compreendê-lo melhor, Peirce (2008) relacionou um signo a três entidades, as quais são referidas por: *Representâmen*⁵, *Objeto* e *Interpretante*.

Temos que “o signo é constituído por um significante, denominado por Peirce de *Representamen* ou ainda, de fundamento que, como já constatamos, sempre nos remete a um objeto de referência” (HILDEBRAND, 2001, p. 63).

Quando entramos em contato com esse signo, retomamos algumas informações que trazemos sobre ele, formas aproximadas de representação, o que pode ser caracterizado por *Objeto Imediato* ou *Objeto Dinâmico*. O *Objeto Imediato* é “o objeto como é representado no signo”. O *Objeto Dinâmico* corresponde àquele pelo qual “o signo não consegue expressar” (HILDEBRAND, 2001, p.65), podendo apenas indicá-lo sob a forma de uma representação que pode ser modificada posteriormente.

Já o *Interpretante*, como encontramos em Santaella (2007, p.61), “será um pensamento que traduzirá o signo anterior em um outro signo da mesma natureza”, este conceito não consiste no modo como a mente reage as condições em que está posta. Para entender melhor, podemos ser subdividir o *Interpretante* também pela classificação triádica de Peirce, designados por: *Interpretante Imediato*, *Interpretante Dinâmico* e *Interpretante Final*.

O primeiro deles, *Interpretante Imediato*, é a interpretação que fazemos sem reflexões sobre o signo, algo que acontece naturalmente (PEIRCE apud HILDEBRAND, 2001, p. 66). Já o *Interpretante Dinâmico* é “aquilo que o signo *efetivamente* produz na sua, na minha mente, em cada mente singular” (SANTAELLA, 2007, p. 60). E o *Interpretante Final*, é aquele que acontece “na ação

5- Como Peirce (2008, p.61) considera Representar é “estar no lugar de, isto é, estar numa relação com um outro que, para certos propósitos, é considerado por alguma mente como se fosse esse outro.” Em sua Teoria Semiótica ele baseia neste conceito e para distinguir Representação - o ato ou relação de representação - de Representâmen - aquilo que representa.

entre o signo e a mente interpretadora no efetivo ato da interpretação.” (HILDEBRAND, 2001, p. 67).

Com esses elementos, portanto, faremos a análise de uma parte dos dados constituídos em nossa pesquisa, buscando explicitar aspectos da teoria Semiótica com o intuito de apresentar o conjunto de dados constituídos de nossa investigação.

Uma Análise Semiótica das Obras de Arte no Contexto da Educação

Matemática

Selecionamos um excerto qualitativo referente à Atividade Exploratório Investigativa 5: “Identificando o conceito de Integral com superfície e sólido de revolução em dois Artistas Famosos – Leonardo da Vinci e Michelângelo”.

Como explicitaremos, as questões presentes na Atividade Exploratório-Investigativa 5, restringirão o trabalho com obras de arte dos artistas do Renascimento italiano, Leonardo da Vinci e Michelângelo. Foram sugeridos aos Alunos quatro sites de consulta das obras desses dois artistas, ressaltando um livro virtual que reúne e organiza um pouco do trabalho deles, como temos na Figura 1.



Figura 1: Site com exposição das obras artísticas de Leonardo da Vinci

Sobre Leonardo da Vinci, podemos dizer que:

[...] foi um dos mais notáveis pintores do Renascimento e possivelmente seu maior gênio por ser também anatomista, engenheiro, matemático músico, naturalista, arquiteto e escultor. (PORTAL DE HISTÓRIA E CULTURA: VIDA DE DA VINCI, 2005)

Este pintor empregou as técnicas da perspectiva, desenvolvida pelo arquiteto toscano Filippo Brunelleschi. Como melhor exemplo de criação, encontra-se a Última Ceia. Na Ceia, dentro do universo de rigorosa geometria, Leonardo esculpiu um arrebatador jogo de expressões e movimentos entre Cristo e seus apóstolos. (QUADROS, 2007 apud GOUVEIA, 2007, p.6).

Um aspecto que destacaremos nessas obras é o fato de esses artistas não pintarem ou esculpirem Objetos de formas geométricas “mais simples”. Consideramos que para esses Alunos tornou-se um trabalho maior, por terem que conhecer melhor as Obras de Arte e, posteriormente, encontrarem representações de sólidos de revolução para inserirem na Atividade Exploratório-Investigativa realizada. Como observamos, os Alunos retornaram ao trabalho desses artistas diversas vezes para encontrarem um Objeto que representasse um sólido de revolução.

Durante essa Atividade Exploratório-Investigativa, os Alunos formaram duas duplas e disponibilizamos dois computadores que permitiam acesso aos sites e ao *software*⁶.

O que pretendemos ressaltar, inicia-se no trabalho dos Alunos – Interpretantes – quanto a Questão 1 da Atividade Exploratório-Investigativa 5: “Vocês poderiam identificar alguma superfície e sólido de revolução nas obras desses dois Artistas Famosos –Leonardo da Vinci e Michelangelo? Explicitem as suas idéias?”.

Notamos que os Alunos selecionaram uma obra arquitetônica de Leonardo da Vinci “Domo de São Peter, Basílica de São Pedro, Vaticano, 1564” (Figura 2) e a obra “templo centralizado” de Leonardo da Vinci (Figura 3) com o objetivo de representar, de modo semelhante, uma dessas obras no *software*. Já a princípio, podemos notar uma semelhança nas duas figuras, semelhanças essas que se refletirão na proposta dos Alunos.



6- <http://k3dsurf.sourceforge.net/>.

Figura 2: Domo de São Peter, Basílica de São Pedro, Vaticano, 1564

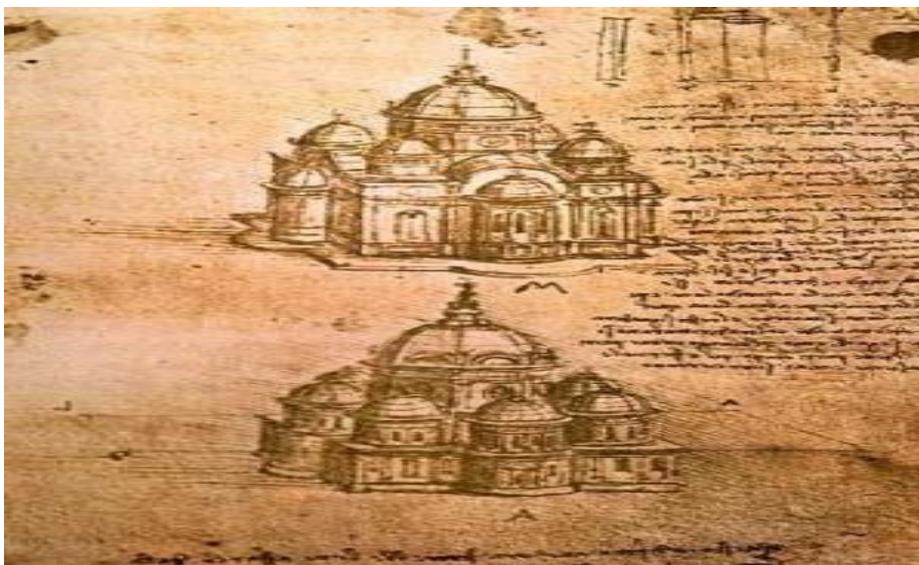


Figura 3: "Templo centralizado" de Leonardo da Vinci

Como temos nesta questão desenvolvida pelos Alunos, o primeiro momento consistia na leitura do enunciado da Atividade Exploratório-Investigativa: *“Vocês poderiam identificar alguma superfície e sólido de revolução nas obras desses dois Artistas Famosos –Leonardo da Vinci e Michelangelo? Explícite as suas ideias?”*

Em seguida, tivemos uma discussão entre dois Alunos. Um Aluno disse para o outro, que considerava a obra escolhida por eles, como a representação de um Sólido de Revolução: *“Ela parece aquela coisa pra baixo... parece o parabolóide de alguma coisa... Posso desenhar assim?”* (Figura 4). Ele esboçou no papel a referida representação e perguntou ao outro Aluno, se ele havia compreendido o modo como havia esboçado a figura e explicita: *“Tipo, tem um que é só pra cima, ou só pra baixo, ou um que são dois, um pra cima e pra baixo.”*



Figura 4: Esboço do parabolóide pelos Alunos E e G

É nesse exato momento que notamos que o Objeto Imediato, o qual consideramos ser a figura que os Alunos selecionaram, tendenciou a tornar-se Objeto Dinâmico, visto que os Alunos – Interpretantes - utilizaram-se dos seus elementos matemáticos para tecer relações de semelhança com outros Objetos matemáticos.

Assim, na tentativa de fazerem a representação no *software*, os Alunos testaram algumas expressões, tais como $x^2+y^2-z^2-1$ (Figura 5).

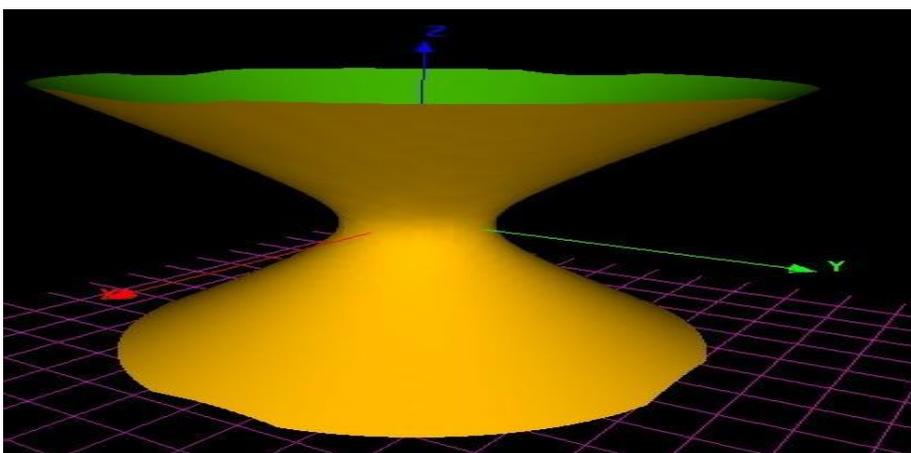


Figura 5: Representação no software K3DSurf da expressão $x^2+y^2-z^2-1$

Ao obterem esse resultado, os Alunos utilizaram uma função específica do *software* K3DSurf para limitar os valores do eixo coordenado z, como temos na Figura 6.

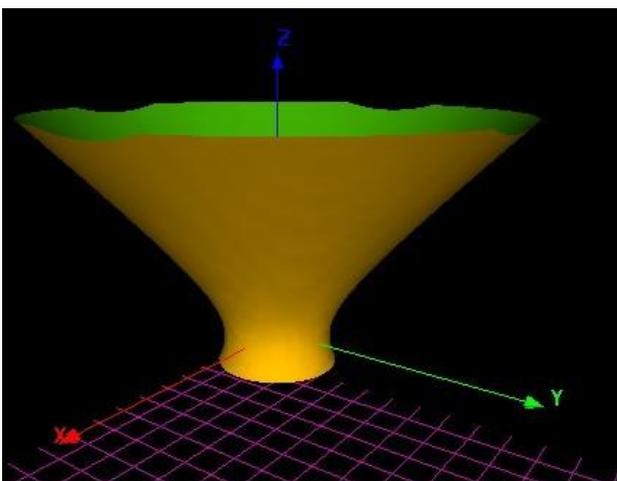
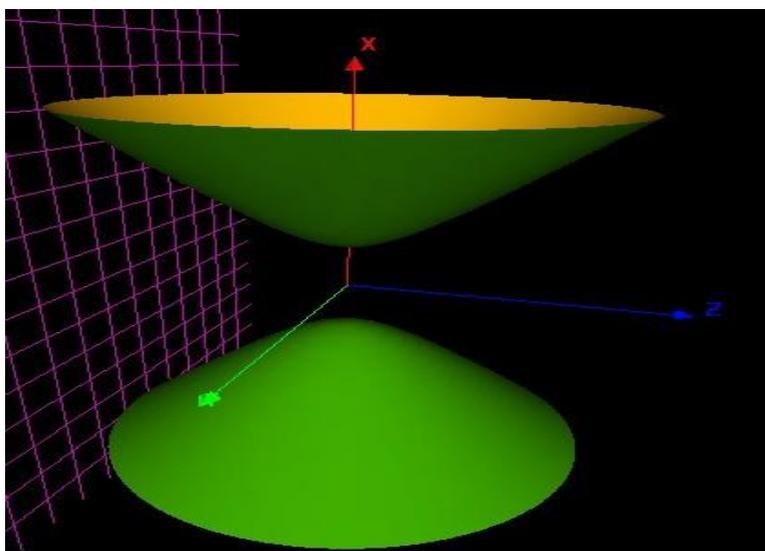


Figura 6: Representação no software K3DSurf da expressão $x^2+y^2-z^2-1$ usando a função CUT GRID

Entretanto, essa representação, ao ser comparada com a obra de Leonardo da Vinci, selecionada pelos Alunos, não se apresentou semelhante e, então, um



Aluno sugeriu que eles mudassem o valor de y na expressão, ficando com: $x^2-y^2-z^2-1$. Dessa expressão, obtiveram a representação no *software*, dada pela Figura 7.

Figura 7: Representação no software K3DSurf da expressão $x^2-y^2-z^2-1$

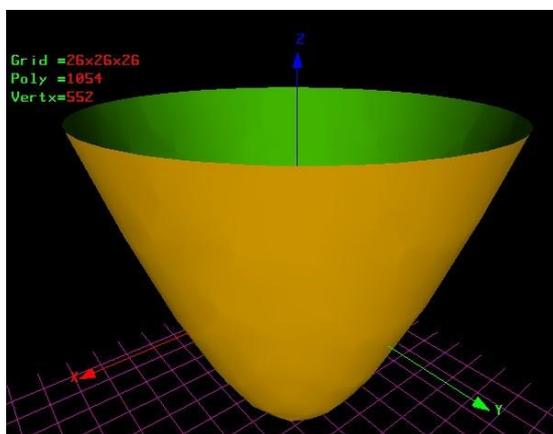


Figura 8: Parabolóide

Um dos Alunos considerou que a figura anterior (Figura 6) era mais parecida, e buscou testar outras expressões, como: x^2+y^2-z . Ao perceber o resultado da representação (Figura 8), consideramos que ele supôs essa seria mais parecida com o objeto selecionado.

O outro Aluno concordou que as duas representações (Obra de Leonardo da Vinci e Figura 6) eram parecidas e considerou essa representação no *software* como um dos resultados para a questão que estava sendo desenvolvida.

Para nós, essa associação das figuras das obras artísticas, dos esboços feitos pelos Alunos e da sua referida representação no *software* por meio de expressões matemáticas, torna-se importante por concebemos que

[...] a forma visual de um signo associada a um conceito é extremamente relevante na definição da notação, principalmente em Matemática. Um símbolo matemático deve possuir uma propriedade de dizer visualmente qual é o seu conteúdo conceitual, isto é, deve carregar em sua imagem a qualidade de representar o que ele substitui. (HILDEBRAND, 2001, p.110)

Analogias feitas a todo momento, como podemos notar pelo trabalho dos Alunos, dado pela representação arquitetônica de um espaço real em representações de imagens virtuais, carregam relações matemáticas. Esse episódio tende a contribuir, como Garcia (2007) argumenta, no desenvolvimento de conceitos matemáticos, pois atribuem significado matemático ao signo que representa tal conceito próprio da sua representação.

CONSIDERAÇÕES

Segundo a teoria Semiótica, podemos compreender os fenômenos de acordo com uma classificação triádica, abordando os aspectos da Primeiridade, Secundidade e Terceiridade. Em nosso trabalho, nossa primeira categoria de análise, denominada *Processos de exploração e percepção dos entes geométricos*, refere-se à Primeiridade, a segunda categoria denominada *Processos de visualização dos entes geométricos*, refere-se à Secundidade, as terceira e quarta categorias denominadas *Processos de representação dos entes geométricos* e *Processos de re-significação dos conceitos algébricos*, referem-se à Terceiridade.

Neste artigo, nos restringimos a explicitar um excerto escolhido da segunda categoria de Análise “*Processos de visualização dos entes geométricos*”. Desse modo, pudemos trazer nossas considerações, possibilitando esclarecer quais os elementos que nos levaram às conclusões, as quais se seguem.

Nessa segunda categoria podemos ressaltar que o foco de nossa análise deu-se pelo modo como os alunos perceberam e teceram relações entre os objetos presentes as figuras (obras artísticas) inseridas no contexto das Atividades Exploratório-Investigativas. Para tal, os alunos utilizaram-se, constantemente, das propriedades de semelhança para desenvolverem as questões propostas nessas Atividades Exploratório-Investigativas, como um modo de encontrarem um “resultado” para o que havia sendo pedido nos enunciados das questões.

Pudemos observar também o modo de cada Aluno visualizar um elemento e relacioná-lo aos demais elementos conhecidos por ele. Esse modo de visualizar, próprio de cada um, refere-se aos conhecimentos advindos das experiências educacionais e sociais anteriores e atuais. Assim, consideramos pertinente abordar que o visualizar é próprio e distinto de cada Aluno, e o contato com o modo de visualizar dos outros, como também as demais experiências presenciadas por ele configuram e resignificam constantemente os seus processos de visualização. Como Garcia (2007, p. 41) afirma, “representamos somente aquilo que vemos e analisamos”. A autora explicita ainda que os fatores estruturais da visualidade e às formas de elaboração do conhecimento humano estão associados a essas representações, sendo que, desta forma, para observarmos e construirmos novos conceitos precisamos, constantemente, recorrer às imagens e suas respectivas representações.

Optamos, deste modo, por recordar um excerto que refere-se ao modo de desenvolvimento da questão 1 da Atividade Exploratório-Investigativa 5, na qual os Alunos utilizaram a experimentação de algumas expressões matemáticas para encontrarem uma representação mais aproximada da forma apresentada pela cúpula de uma igreja (Figura 2), a qual refere-se a representação de uma Obra de um Artista famoso. Esse procedimento foi possibilitado pela utilização do *software* K3DSurf e de seus componentes, que permitiram aos Alunos praticarem a representação tridimensional dada às funções matemáticas, como também de utilizarem as funções do *software*, que consentia a limitação dos valores de uma coordenada, para a formação da figura a ser projetada. Esse procedimento foi interessante, pois permitiu que os alunos se aproximassem da representação da cúpula da igreja.

Assim, percebemos que o processo de Semiose aconteceu em todos os momentos do desenvolvimento das Atividades Exploratório-Investigativas, proporcionando aos sujeitos um processo constante de interpretação dos objetos apresentados, tecendo relações semióticas entre: o signo, seu objeto e o interpretante. Os Alunos tiveram a possibilidade de perceber as representações dos sólidos em contextos diversos propiciados pela pintura, pela escultura e pela arquitetura. Em Flores (2003, p.39) encontramos que a técnica de perspectiva foi desenvolvida por meio desses contextos mencionados e, durante o seu desenvolvimento, passou a constituir-se “como o efeito e o suporte para olhar e para representar as imagens”. Assim, os estudantes tornaram possíveis as representações dos sólidos apreendidos, por meio do *software*, do esboço no papel ou da manipulação dos objetos.

Ressaltamos que durante o desenvolvimento das Atividades Exploratório-Investigativas, buscamos possibilitar momentos que viam permitir aos Alunos o desenvolvimento dos conceitos em CDI, com foco nas formas de trabalhar e desenvolver as formas de calcular a medida do volume e da área dos sólidos de revolução.

Como pudemos notar, os objetivos de nossa Atividade Exploratório-Investigativa 5 foram encontrados, dado que buscávamos: *investigar a capacidade de justificação dos alunos; analisar os caminhos e estratégias seguidos pelos alunos; investigar a capacidade de visualização frente ao problema; investigar a capacidade de propor estratégias de resolução dos problemas apresentados.*

Deste modo, tecemos algumas considerações finais no que se refere aos resultados encontrados na folha de respostas e na gravação de vídeo referente aos momentos de desenvolvimento da Atividade Exploratório-Investigativa 5 dos quatro alunos que desenvolveram as questões propostas.

Os Alunos perceberam de modo claro o que estava sendo pedido nas questões e conseguiram desenvolvê-las. No decorrer desse procedimento, notamos uma forte presença dos processos de experimentação do conteúdo algébrico e geométrico e das relações nos processos de semelhança dos objetos matemáticos, como uma metodologia para resolução das questões presentes na Atividade Exploratório-Investigativa 5. Por meio dos processos de visualização e de representação de conceitos geométricos identificamos diversas formas de

linguagem, tais como, a escrita, a fala, os gestos e os esboços, que auxiliaram na resolução dos problemas apresentados, tal como o desenvolvimento dos conceitos matemáticos em CDI.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, I.L. **Do Signo ao Discurso: introdução à filosofia da linguagem**. São Paulo: Parábola Editorial, 2004.

FLORES, C.R. **Olhar, Saber, Representar: ensaios sobre a representação em perspectiva**. 2003. Tese (Doutorado em Educação). Centro de Ciências da Educação. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2003.

GARCIA, L.M.I. **Os processos de visualização e representação dos signos matemáticos no contexto didático-pedagógico**. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2007.

GOUVEIA, C.A.A. **O Uso do Software 3D na Geometria Espacial**. Juiz de Fora, 2007. Monografia (Especialização em Educação Matemática). Instituto de Ciências Exatas. Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora, 2007.

HILDEBRAND, H.R. **As Imagens Matemáticas: a semiótica dos espaços topológicos matemáticos e suas representações no contexto tecnológico**. 2001. Tese (Doutorado em Comunicação e Semiótica). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2001.

PEIRCE, C.S. **Semiótica**. São Paulo: Perspectiva, 2008.

SANTAELLA, L. **Semiótica Aplicada**. São Paulo: Thomson, 2007.